Racines carrées : Brevet (1)
(Corrigé)

Extrait du brevet Clermont-Ferrand 1999

On donne les nombres
$a = 3\sqrt{2} - 4$ et $b = 2\sqrt{2} + 4$

Calculer les valeurs exactes de
$a + b$, $a - b$, a^2 et $a\times b$

Réponse

$a + b = (3\sqrt{2} - 4) + (2\sqrt{2} + 4)$
$= 5\sqrt{2}$ $\boxed{a + b = 5\sqrt{2}}$

$a - b = (3\sqrt{2} - 4) - (2\sqrt{2} + 4)$
$= 3\sqrt{2} - 4 - 2\sqrt{2} - 4$
$= \sqrt{2} - 8$ $\boxed{a - b = \sqrt{2} - 8}$

$a^2 = (3\sqrt{2} - 4)^2$
$= (3\sqrt{2})^2 - 24\sqrt{2} + 4^2$
$= 9\times 2 - 24\sqrt{2} + 16$
$= 34 - 24\sqrt{2}$ $\boxed{a^2 = 34 - 24\sqrt{2}}$

$a\times b = (3\sqrt{2} - 4)(2\sqrt{2} + 4)$
$= 6\times(\sqrt{2})^2 + 12\sqrt{2} - 8\sqrt{2} - 16$
$= 6\times 2 + 12\sqrt{2} - 8\sqrt{2} - 16$
$= -4 + 4\sqrt{2}$ $\boxed{a\times b = -4 + 4\sqrt{2}}$

Extrait du brevet Rennes 1999

On donne les nombres
$p = 2\sqrt{45}$ et $q = \sqrt{80}$

1)
a) Calculer $p + q$
On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$, où b est un entier le plus petit possible

b) Calculer pq

2) Le nombre p est-il solution de l'équation :
$x^2 - 2x - 180 = -12\sqrt{5}$

Réponse

1) a)
$p + q = 2\sqrt{45} + \sqrt{80}$
$= 2\sqrt{9\times 5} + \sqrt{16\times 5}$
$= 6\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$
$= 10\sqrt{5}$ $\boxed{p + q = 10\sqrt{5}}$

b)
$pq = 2\sqrt{45}\times\sqrt{80}$
$= 2\sqrt{9\times 5}\times\sqrt{16\times 5}$
$= 2\times 3\sqrt{5}\times 4\sqrt{5}$
$= 2\times 3\times 4\times 5$
$= 120$ $\boxed{pq = 120}$

2) si $p = 2\sqrt{45}$ alors
$p^2 - 2p - 180$
$= (2\sqrt{45})^2 - 2\times(2\sqrt{45}) - 180$
$= 4\times 45 - 4\sqrt{45} - 180$
$= -4\sqrt{45}$
$= -4\sqrt{9\times 5}$
$= -12\sqrt{5}$
Donc le nombre p est solution de l'équation

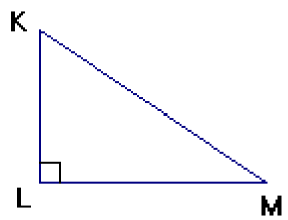
Racines carrées : Brevet (2)
(Corrigé)

Extrait du brevet Paris 2000

1) On donne d = $\sqrt{3}$ -1 et e = $\sqrt{3}$ +1

a) Développer d² et e² et donner les résultats sous la forme $a + b\sqrt{c}$
où a, b et c sont des nombres entiers.
b) Démontrer que d×e est un nombre entier

2) KLM est un triangle rectangle en L tel que KL = $\sqrt{3}$ -1 et LM = $\sqrt{3}$ +1



a) Calculer la valeur exact de la longueur KM
b) Calculer l'aire du triangle KLM

Réponse :

1) a)

$d^2 = (\sqrt{3}-1)^2$
$= (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1^2$
$= 3 - 2\sqrt{3} + 1$
$= 4 - 2\sqrt{3}$ $\boxed{d^2 = 4 - 2\sqrt{3}}$

$e^2 = (\sqrt{3}+1)^2$
$= (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} + 1^2$
$= 3 + 2\sqrt{3} + 1$
$= 4 + 2\sqrt{3}$ $\boxed{e^2 = 4 + 2\sqrt{3}}$

b)
$d \times e = (\sqrt{3}-1) \times (\sqrt{3}+1)$
$= (\sqrt{3})^2 - 1^2$
$= 3 - 1$
$= 2$ $\boxed{d \times e = 2}$

2)
a) Le triangle KLM est rectangle en L
Donc (d'après le théorème de Pythagore)

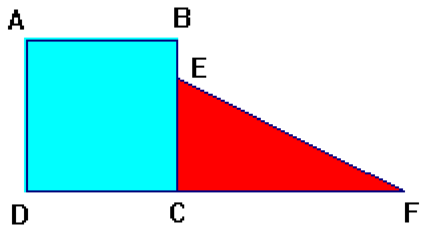
$KM^2 = LM^2 + LK^2$
$KM^2 = (\sqrt{3}-1)^2 + (\sqrt{3}+1)^2$
$KM^2 = [(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1^2] + [(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} + 1^2]$
$KM^2 = 3 - 2\sqrt{3} + 1 + 3 + 2\sqrt{3} + 1$
$KM^2 = 8$
$KM = \sqrt{8}$ $\boxed{KM = \sqrt{8}}$

b) L'aire du triangle KLM est

aire = $\frac{1}{2} \times LM \times LK$
$= \frac{1}{2} \times (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$
$= \frac{1}{2} \times [(\sqrt{3})^2 - 1^2]$
$= \frac{1}{2} \times (3 - 1)$
$= \frac{1}{2} \times 2$
$= 1$ $\boxed{\text{aire} = 1}$

Racines carrées : Brevet (3)
(Corrigé)

Extrait du brevet Lyon 2001



Sur la figure ci-dessus (qui n'est pas en vraie grandeur), ABCD est un carré dont le côté a pour mesure x (en cm). ECF est un triangle rectangle en C, le point E étant un point du segment [BC].

On donne FC = 4 cm

1) a) Exprimer l'aire, notée $\mathcal{A}$, du carré ABCD en fonction de x.

b) Calculer $\mathcal{A}$ pour $x = 2 + \sqrt{2}$ (on donnera le résultat sous la forme $a + b\sqrt{2}$ où a et b sont des entiers)

2) On suppose que x est supérieur à 1.

a) Sachant que la longueur de BE est égale à 0,5, calculer, en fonction de x, l'aire notée $\mathcal{A}'$ du triangle ECF.

b) On note S la somme, en fonction de x, des deux aires $\mathcal{A}$ et $\mathcal{A}'$
Vérifier que: $S = x^2 + 2x - 1$

3) Calculer S pour $x = 2 + \sqrt{2}$
(on donnera le résultat sous la forme $c + d\sqrt{2}$, où c et d sont des entiers).

Réponse :

1/ a/
Le coté du carré est x
son aire est :
$\mathcal{A} = x^2$ $\boxed{\mathcal{A} = x^2}$

b/
$x = 2 + \sqrt{2}$
$\mathcal{A} = (2 + \sqrt{2})^2$
$= 2^2 + 4\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$
$= 4 + 4\sqrt{2} + 2$
$= 6 + 4\sqrt{2}$ $\boxed{\mathcal{A} = 6 + 4\sqrt{2}}$

2/ a/
BE = 0,5
CE = CB- BE = x- 0,5

L'aire du triangle ECF est :
$\mathcal{A}' = \frac{1}{2} \times CF \times CE$
$= \frac{1}{2} \times 4 \times (x - 0{,}5)$
$= 2x - 1$ $\boxed{\mathcal{A}' = 2x - 1}$

b/
$S = \mathcal{A} + \mathcal{A}'$
$= x^2 + 2x - 1$
$\boxed{S = x^2 + 2x - 1}$

3 /
Si $x = 2 + \sqrt{2}$ alors
$S = (2 + \sqrt{2})^2 + 2(2 + \sqrt{2}) - 1$
$= 2^2 + 4\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + 4 + 2\sqrt{2} - 1$
$= 4 + 4\sqrt{2} + 2 + 4 + 2\sqrt{2} - 1$
$= 9 + 6\sqrt{2}$
$\boxed{S = 9 + 6\sqrt{2}}$